Решения задач по физике

Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.

Физика 8 класс

1. Из кубического сосуда, доверху заполненного льдом, выпилили и вынули кубический кусочек льда со стороной в 2 раза меньшей стороны сосуда. В образовавшуюся полость начали медленно наливать воду с начальной температурой $T_в = 15$ °C, которая замерзала по мере налива. В результате сосуд снова полностью заполнился льдом, установившаяся температура которого оказалась равной $T_л = -20$ °C. Найдите начальную температуру льда. Удельная теплоёмкость льда $c_л = 2100$ Дж/(кг·град), удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·град), удельная теплота плавления льда $\lambda = 336000$ Дж/кг. Сосуд теплоизолирован, теплоемкостью его стенок, а также теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Решение.

Пусть M — начальная масса льда в сосуде. Объём кусочка льда, вынутого из сосуда, составляет $1/2^3 = 1/8$ часть объёма сосуда, а его масса равна $M/8$. Следовательно, масса воды $m_в$, которую нужно добавить в сосуд, и масса оставшегося льда $m_л$ равны

$$m_в = \frac{1}{8}M, \quad m_л = \frac{7}{8}M \ . \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

В процессе добавления воды тепло, выделившееся при охлаждении воды до 0 °C, затем при её замерзании и далее при остывании до конечной температуры $T_л$, идёт на нагрев льда массой $m_л$ от искомой начальной температуры T_0 до конечной $T_л$. Соответствующее уравнение теплового баланса можно записать в виде:

$$m_л c_л \left(T_л - T_0\right) = m_в c_в \left(T_в - 0\right) + m_в \lambda + m_в c_л \left(0 - T_л\right). \qquad \textbf{(6 б.)}$$

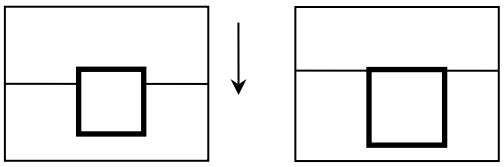
Подставив сюда выражения (1) и (2), найдём T_0:

$$T_0 = T_л - \frac{1}{7}\left(\frac{c_в T_в + \lambda - c_л T_л}{c_л}\right)$$

и, подставив численные значения, получим

ответ: $T_0 = -50\,°\text{C}$. **(2 б.)**

2. В сосуде с жидкостью плавает тело в форме куба, так что 1/6 часть его объёма находится над поверхностью жидкости. Сосуд с жидкостью и телом нагрели до некоторой температуры. За счёт теплового расширения (не одинакового для тела и жидкости) объём тела, сохранившего форму куба, увеличился в x раз, а общий объём жидкости — в $k \cdot x$ раз. Найти k, если известно, что после нагрева тело плавает в жидкости, погрузившись полностью.



Решение.

При тепловом расширении объём тела увеличивается при неизменной массе. Значит, плотность тела уменьшается пропорционально увеличению объёма:

$$\frac{\rho'_т}{\rho_т} = \frac{1}{x}, \quad \frac{\rho'_ж}{\rho_ж} = \frac{1}{kx}, \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $\rho_т$ и $\rho_ж$ — плотности плавающего тела и жидкости до нагрева, а $\rho'_т$ и $\rho'_ж$ — эти же величины после нагрева. Пусть до нагрева тело имело объём V. Тогда, по условию, объём тела, выступающей над поверхностью воды, равен $\frac{1}{6}V$, а объём погруженной части, соответственно, $\frac{5}{6}V$. В равновесии сила тяжести $\rho_т Vg$, действующая на тело, уравновешивается силой Архимеда $\rho_ж \frac{5}{6}Vg$. Приравняв эти силы и сократив на Vg, получим:

$$\rho_т = \frac{5}{6}\rho_ж. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

После нагрева тело плавает, погрузившись полностью, и аналогичные рассуждения приведут, очевидно, к равенству

$$\rho'_т = \rho'_ж. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

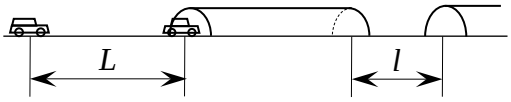
Разделив (3) на (2) и подставив выражения для отношения плотностей из (1), получим:

$$\frac{1}{x} = \frac{6}{5}\frac{1}{kx},$$

откуда найдём

ответ: $k = \frac{6}{5}$. **(2 б.)**

3. На прямолинейной дороге на расстоянии l = 3 км друг от друга (см. рис.) расположены два тоннеля, длина которых превышает l. Скорости машин на открытых участках равны v = 60 км/ч, а в тоннеле u = 40 км/ч. В начальный момент времени одна из машин начинает въезжать в первый тоннель, а вторая движется на L = 6 км позади неё. Каким будет расстояние между машинами в момент, когда сзади идущая машина начнёт выезжать из первого тоннеля?



Решение.

Поскольку одинаковые участки пути машины проходят с одинаковыми скоростями, то временное запаздывание сзади идущей машины — то есть время, за которое эта машина доедет до точки, где в настоящий момент находится впереди идущая машина — должно быть одинаковым во все моменты движения. В начальный момент это время, очевидно, равно

$$\Delta t = \frac{L}{v}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Пусть в момент выезда сзади идущей машины из первого тоннеля впереди идущая машина находится во втором тоннеле на искомом расстоянии x от первой. В этот момент временное запаздывание складывается из времени проезда промежутка l между перекрёстками со скоростью v и прохождения пути $(x - l)$ внутри тоннеля со скоростью u:

$$\Delta t = \frac{l}{v} + \frac{x-l}{u}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставив сюда Δt из (1) и выразив x, найдём:

$$x = l + \frac{u}{v}(L - l). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения величин, получим

ответ: $x = 5$ км. **(2 б.)**

Замечание: из ответа следует, что расстояние впереди идущей машины от начала второго тоннеля $x - l$ = 2 км меньше l = 3 км, а значит, меньше длины тоннеля, которая, по условию, больше l, то есть машина находится внутри тоннеля. Иными словами, предположение о том, что в момент выезда сзади идущей машины из первого тоннеля впереди идущая машина находится во втором тоннеле, верно.

2 способ

До тех пор, пока сзади идущая машина не въедет в тоннель, т.е. в течение времени L/v, она будет двигаться быстрее впереди идущей на $(v - u)$. К моменту времени, когда обе машины окажутся в первом тоннеле, расстояние между ними сократится на $L(v - u)/v$ станет равным:

$$x' = L - L\frac{v-u}{v}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

После этого машины некоторое время движутся в тоннеле с одинаковыми скоростями, и расстояние между ними не меняется. Когда впереди идущая машина выедет из тоннеля, она будет двигаться быстрее сзади идущей на $(v - u)$ до тех пор, пока опять не заедет в тоннель, т.е.

в течение времени l/v. К этому моменту расстояние между машинами увеличится на $l(v - u)/v$ и станет равным:

$$x = x' + l\frac{v-u}{v}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Наконец, до тех пор, пока сзади идущая машина не выедет из тоннеля, обе машины движутся с одинаковыми скоростями: сзади идущая в первом тоннеле, впереди идущая — во втором, поэтому расстояние между ними не меняется.

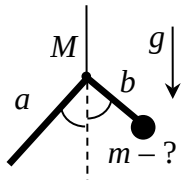
Подставив x' из (1) в (2), найдём искомое расстояние между машинами:

$$x = l + \frac{u}{v}(L - l). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения величин, получим

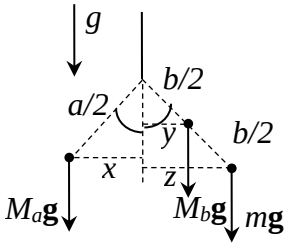
ответ: $x = 5$ км. **(2 б.)**

4. Однородная проволока массы M согнута под прямым углом в некоторой точке, разбивающей её на два неравных отрезка с длинами a и b ($a > b$). Проволоку подвесили за точку сгиба. Найти массу m точечного тела, которое нужно прикрепить к концу отрезка b, чтобы в равновесии отрезки отлонялись от вертикали на одинаковый угол.



Решение.

Массы отрезков проволоки с длинами a и b равны, соответственно,



$$M_a = \frac{a}{a+b}M \quad \text{и} \quad M_b = \frac{b}{a+b}M \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Силы тяжести этих отрезков можно считать приложенными к их серединам. С учётом также силы тяжести, действующей на тело массы m, условие равновесия рычага запишется в виде:

$$M_a g x = M_b g y + mgz\,, \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где x, y и z — плечи соответствующих сил (см. рис.). Отрезки x, y и z перпендикулярны силам тяжести, то есть перпендикулярны вертикальной оси. Они являются катетами трёх прямоугольных треугольников с общей вершиной. Поскольку, по условию, углы треугольников при этой вершине равны, эти треугольники подобны. Следовательно, справедлива пропорция:

$$x : y : z = \frac{a}{2} : \frac{b}{2} : b\,,$$

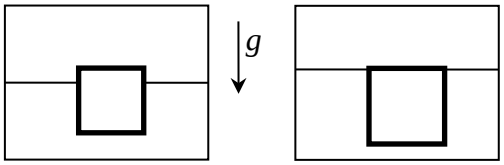
где в левой части записаны катеты, а в правой — гипотенузы подобных треугольников. Воспользовавшись этой пропорцией, заменим в (2) x, y и z на $a/2$, $b/2$ и b, а также сократим на g и подставим M_a и M_b из (1). В результате получим:

$$\frac{a}{a+b}M\frac{a}{2} = \frac{b}{a+b}M\frac{b}{2} + mb\,. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Выразив отсюда m, получим

$$\textbf{ответ: } m = \frac{a-b}{2b}M\,. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Физика 9 класс



1. В сосуде с жидкостью плавает тело в форме куба, так что 1/5 часть его объёма находится над поверхностью жидкости. Сосуд с жидкостью и телом нагрели до некоторой температуры. За счёт теплового расширения (не одинакового для тела и жидкости) объём тела, сохранившего форму куба, увеличился в x раз, а общий объём жидкости — в $k{\cdot}x$ раз. Найти k, если известно, что после нагрева тело плавает в жидкости, погрузившись полностью.

Решение.

При тепловом расширении объём тела увеличивается при неизменной массе. Значит, плотность тела уменьшается пропорционально увеличению объёма:

$$\frac{\rho'_{т}}{\rho_{т}} = \frac{1}{x}, \quad \frac{\rho'_{ж}}{\rho_{ж}} = \frac{1}{kx}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Здесь $\rho_{т}$ и $\rho_{ж}$ — плотности плавающего тела и жидкости до нагрева, а $\rho'_{т}$ и $\rho'_{ж}$ — эти же величины после нагрева. Пусть до нагрева тело имело объём V. Тогда, по условию, объём тела, выступающей над поверхностью воды, равен $\frac{1}{5}V$, а объём погруженной части, соответственно, $\frac{4}{5}V$. В равновесии сила тяжести $\rho_{т}Vg$, действующая на тело, уравновешивается силой Архимеда $\rho_{ж}\frac{4}{5}Vg$. Приравняв эти силы и сократив на Vg, получим:

$$\rho_{т} = \frac{4}{5}\rho_{ж}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

После нагрева тело плавает, погрузившись полностью, и аналогичные рассуждения приведут, очевидно, к равенству

$$\rho'_{т} = \rho'_{ж}. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

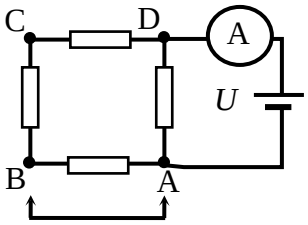
Разделив (3) на (2) и подставив выражения для отношения плотностей из (1), получим:

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{4}\frac{1}{kx},$$

откуда найдём

ответ: $k = \frac{5}{4}$. **(2 б.)**

2. Студенту досталась схема, содержащая четыре резистора, источник напряжения $U = 10$ В и миллиамперметр (см. рис.). Три резистора имеют одинаковое сопротивление. Для того, чтобы определить сопротивления резисторов, он поочередно замыкал резисторы между точками AB, BC и CD и измерял показание прибора. Результаты измерений, соответственно: 12 мА, 12 мА, 15 мА. Миллиамперметр идеальный. Найдите величины всех сопротивлений в схеме.



Решение.

Пусть сопротивление каждого из трёх одинаковых резисторов — r, а четвёртого — R. Так как при замыкании резисторов между точками AB и BC в цепи текут одинаковые токи, такое возможно, если между этими точками подключены одинаковые резисторы r. **(2 б.)**

Поскольку при замыкании резистора между точками CD ток в цепи другой, это означает, что резистор с сопротивлением R находится между точками CD. Действительно, если бы резистор с сопротивлением R находился между точками AD, то при поочередном замыкании резисторов между точками AB, BC и CD мы бы получили одинаковые общие сопротивления цепи, и соответственно измеряли бы одинаковые токи. **(2 б.)**

По закону Ома

$$I_{\text{AB}} = \frac{U}{R_{\text{AB}}}, \qquad (1)$$ **(1 б.)**

$$I_{\text{CD}} = \frac{U}{R_{\text{CD}}}, \qquad (2)$$ **(1 б.)**

где $I_{\text{AB}} = 12$ мА, $I_{\text{CD}} = 15$ мА,

$$\frac{1}{R_{\text{AB}}} = \frac{1}{r+R} + \frac{1}{r} = \frac{2r+R}{r(r+R)}, \qquad (3)$$ **(1 б.)**

$$\frac{1}{R_{\text{CD}}} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{r} = \frac{3}{2r}. \qquad (4)$$ **(1 б.)**

Из (2) и (4) находим

$$r = \frac{3U}{2I_{\text{CD}}}. \qquad (5)$$

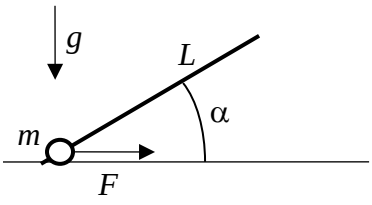
Из (1), (3) и (5) находим

$$R = r\frac{4I_{\text{CD}} - 3I_{\text{AB}}}{3I_{\text{AB}} - 2I_{\text{CD}}}. \qquad (6)$$

Подставив в (5) и (6) численные значения величин, получим

ответ: $r = 1$ кОм, $R = 4$ кОм. **(2 б.)**

3. На спицу длины L надета заряженная бусинка массы m. После того, как включили источник горизонтального электрического поля, на бусинку начала действовать горизонтальная сила F, и она пришла в движение. На какую высоту относительно конца спицы поднимется бусинка после того, как слетит со спицы? Спица расположена под углом α к горизонту. Трения нет.



Решение.

Запишем баланс энергии для момента времени, когда бусинка слетает со спицы

$$FL\cos\alpha - mgL\sin\alpha = \frac{mv^2}{2}, \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

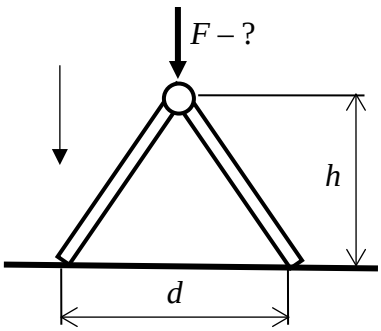
где v — скорость бусинки. Зная вертикальную составляющую скорости бусинки в этот момент $v\cdot\sin\alpha$, найдём максимальную высоту подъема бусинки:

$$H = \frac{(v\sin\alpha)^2}{2g}. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Выразив v из (1) и подставив в (2), получим

ответ: $H = L\sin^2\alpha\cos\alpha\left(\frac{F}{mg} - \mathrm{tg}\,\alpha\right)$. **(2 б.)**

4. Мерный угольник, состоящий из двух одинаковых стержней массы m, соединенных шарниром, стоит на горизонтальной поверхности. Шарнир находится на высоте h относительно поверхности, а свободные концы стержней упираются в поверхность на расстоянии d друг от друга. С какой вертикальной силой нужно надавить на шарнир, чтобы «ноги» угольника разъехались? Коэффициент трения между стержнями и поверхностью μ, трения в шарнире отсутствует, массой шарнира пренебречь.



Решение.

Искомая сила равна максимальной, при которой ещё сохраняется равновесие. Сила взаимодействия стержней F_{12} горизонтальная. Из условия равновесия стержня по горизонтали она равна силе трения:

$$F_{12} = F_{\text{тр}}. \qquad (1)$$

Условие равновесия стержня по вертикали:

$$F + 2mg = 2N, \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Равенство моментов сил, действующих на одну ногу угольника, относительно точки её касания с поверхностью имеет вид:

$$F_{12} \cdot h = \frac{F}{2} \cdot \frac{d}{2} + mg \cdot \frac{d}{4}. \qquad (3) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Максимальное значение F, при котором сохраняется равновесие (т.е. минимальное значение, при котором начинается скольжение), соответствует силе трения $F_{\text{тр}} = \mu N$, откуда с учетом (1) – (3) получаем

$$\left(F + mg\right)\frac{d}{4h} = \mu\left(\frac{F}{2} + mg\right) \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\left(\mu - \frac{d}{4h}\right)}{\left(\frac{d}{2h} - \mu\right)} 2mg. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

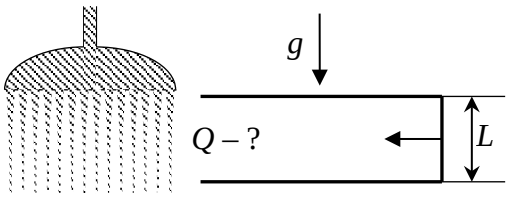
Поскольку F положительна, числитель и знаменатель полученного равенства должны быть одного знака, что справедливо при условии $\frac{d}{4h} < \mu < \frac{d}{2h}$.

Ответ:

При $\frac{d}{4h} < \mu < \frac{d}{2h}$ необходима сила $F \geq \frac{\left(\mu - \frac{d}{4h}\right)}{\left(\frac{d}{2h} - \mu\right)} mg$; **(1 б.)**

при $\frac{d}{2h} < \mu$ скольжения не будет при любой силе. **(1 б.)**

5. Длинная высокая коробочка ширины L повернута на бок и находится рядом с работающим душем (см. рис.). Верхний бок коробочки расположен чуть ниже уровня лейки душа. Коробочку начинают быстро двигать по горизонтали влево так, что она, захватывая воду, на время полностью перекрывает водяную струю лейки. В результате в коробочке оказывается объем воды V. Найдите расход воды (объем воды, протекающий через сечение в единице времени) через лейку душа, если суммарная площадь дырок в лейке S. Вода, попавшая в коробочку, назад не выплескивается. Ускорение свободного падения g. Влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

Расход воды через лейку душа равен

$$Q = v_0 S\,, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

где v_0 — скорость водяной струи на выходе из лейки.

Объём воды V в коробочке равен объёму воды, вытекшему через лейку душа за время t опускания струи от верхнего до нижнего бока коробочки:

$$V = v_0 S t\,. \qquad (2)$$ **(4 б.)**

Из (1) и (2) найдём время

$$t = \frac{Q}{V}\,. \qquad (3)$$

За это время струя при равноускоренном движении проходит путь L (расстояние между верхним и нижним боками коробочки):

$$L = v_0 t + \frac{gt^2}{2}\,. \qquad (4)$$ **(2 б.)**

Подставим сюда $v_0 t$, выраженное из (2), и t из (3), получим

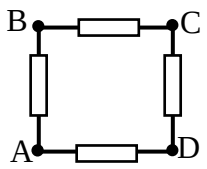
$$L = \frac{V}{S} + \frac{g}{2}\left(\frac{V}{Q}\right)^2\,.$$

Выразив отсюда Q, найдём

ответ: $Q = V\sqrt{\dfrac{gS}{2\left(LS - V\right)}}\,.$ **(2 б.)**

Физика 10 класс

1. Школьник Петя собрал схему, состоящую из четырёх резисторов как показано на рисунке. Три резистора с одинаковым сопротивлением r, а сопротивление четвёртого резистора R отличается. Школьник при помощи омметра последовательно измерил сопротивление между точками AB, BC и CD. Получившиеся значения оказались равны R_{AB} = 0,8 кОм, R_{BC} = 0,8 кОм, R_{CD} = 1,2 кОм, соответственно. Найдите значения r и R.



Решение.

Допустим, что резистор с сопротивлением R включён между точками A и B. Тогда согласно правилу сложения последовательных и параллельных сопротивлений

$$R_{AB} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3r}\right)^{-1},$$

а

$$R_{BC} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R}\right)^{-1},$$

а

$$R_{CD} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R}\right)^{-1}.$$

То есть $R_{BC} = R_{CD}$, что противоречит условию. Таким образом, резистор сопротивлением R не включён между точками A и B. Аналогичными рассуждениями можно показать, что этот резистор не включён между точками B и C, а также между точками A и D. Поэтому, резистор с сопротивлением R включён между точками C и D. **(4 б.)**

Следовательно,

$$R_{AB} = R_{BC} = \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{2r+R}\right)^{-1} = \frac{r(2r+R)}{3r+R}, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

$$R_{CD} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{3r}\right)^{-1} = \frac{R \cdot 3r}{3r+R}. \qquad (2)$$ **(2 б.)**

Разделив (1) на (2), найдём

$$\frac{R_{AB}}{R_{CD}} = \frac{2\frac{r}{R}+1}{3} = \frac{0{,}8\,\text{кОм}}{1{,}2\,\text{кОм}} = \frac{2}{3}.$$

Отсюда найдём

$$R = 2r. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2), найдём

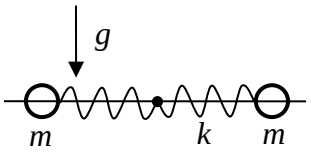
$$r = \frac{5}{6} R_{\text{CD}} = \frac{5}{6} 1,2\,\text{кОм} = 1\,\text{кОм}\,,$$

а

$$R = 2R = 2 \cdot 1\,\text{кОм} = 2\,\text{кОм}\,.$$

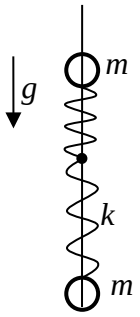
Ответ: r = 1 кОм, R = 2 кОм. **(2 б.)**

2. Длинная спица закреплена серединой на горизонтальной оси и может вокруг нее вращаться в вертикальной плоскости. Вдоль нее могут скользить две одинаковые бусинки массы m, находящиеся на спице по разные стороны от точки крепления. Бусинки легкими пружинами жесткости k соединены с осью. В начальный момент спица расположена горизонтально и вся система покоится. Однако это положение неустойчивое. Из-за случайного слабого возмущения система переходит в новое устойчивое положение равновесия. Найдите теплоту $Q_Т$, которая выделится в процессе такого перехода. Ускорение свободного падения g. Трением и влиянием воздуха пренебречь.



Решение.

В начальный момент пружины нерастянуты, а их длины x_0 равны, поскольку система находится в равновесии (пусть и неустойчивом). Обозначим изменение длин после поворота в вертикальное устойчивое положение Δx_1 (для нижней пружины) и Δx_2 (для верхней).



Из второго закона Ньютона, записанного по отдельности для нижнего и верхнего грузиков в новом положении равновесия $mg = k\cdot\Delta x_1$ и $mg = -k\cdot\Delta x_2$ получим, что

$$\Delta x_1 = -\Delta x_2 = \frac{mg}{k}, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Изменение потенциальной энергии бусинок, связанный с силой тяжести, равно

$$\Delta W_Т = -mg\left(x_0 + \Delta x_1\right) + mg\left(x_0 + \Delta x_2\right) = -mg\left(\Delta x_1 - \Delta x_2\right). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Изменение упругой энергии пружин равно

$$\Delta W_П = \frac{k\left(\Delta x_1\right)^2}{2} + \frac{k\left(\Delta x_2\right)^2}{2}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

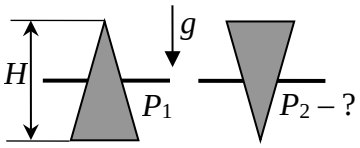
Из закона сохранения энергии $Q_Т + \Delta W_Т + \Delta W_П = 0$ следует:

$$Q_Т = -\Delta W_Т - \Delta W_П = mg\left(\Delta x_1 - \Delta x_2\right) - \frac{k}{2}\left(\left(\Delta x_1\right)^2 + \left(\Delta x_2\right)^2\right). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив в предыдущее выражение (1) и выразив из получившегося выражения $Q_Т$ получим

$$\textbf{ответ: } Q_Т = \frac{m^2 g^2}{k}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

3. Клапан в виде массивного конуса открывается, когда давление на верхней границе закрытого резервуара с жидкостью опускается до значения P_1. Конус перевернули для использования в качестве клапана, который открывается при повышении давлении. При каком давлении P_2 вода начнет вытекать из резервуара. Высота конуса H, плотность воды ρ, ускорение свободного падения g. Диаметр основания конуса в 2 раза больше диаметра отверстия. Трением между конусом и стенками резервуара пренебречь.



Решение.

Пусть атмосферное давление P_0, масса конуса m, площадь его основания S.
Объем конуса $V=HS/3$, площадь отверстия $S/4$, объем верхней части конуса (конус с тем же углом раствора, но с высотой $H/2$) равен $V/8$. **(2 б.)**
На конус действуют сила тяжести, сила Архимеда, определяемая объёмом части, погруженной в воду, и сила, обусловленная разностью давлений жидкости и атмосферы.
Запишем условие равновесия конуса до того, как его перевернули:

$$mg - \rho_B g \frac{7}{8} V = (P_1 - P_0)\frac{S}{4}. \qquad (1)$$ **(3 б.)**

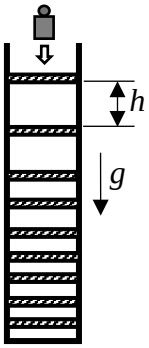
Условие равновесия после того, как конус перевернули:

$$mg - \rho_B g \frac{1}{8} V = (P_2 - P_0)\frac{S}{4}. \qquad (2)$$ **(3 б.)**

Вычтя из (2) (1) и выразив из получившегося выражения P_2, получим

ответ: $P_2 = P_1 + \rho_B g H$. **(2 б.)**

4. Вертикально стоящий сосуд перекрыт девятью одинаковыми поршнями. В промежутках под каждым из них находится одинаковое количество воздуха. Высота промежутка под верхним поршнем h = 11 см, а давление воздуха под ним в 2 раза больше атмосферного. Насколько опустится верхний поршень, если его массу удвоить? Температуру считать постоянной.



Решение.

Обозначим атмосферное давление P_0, давление под n-м поршнем — P_n. По условию давление воздуха под первым поршнем в два раза больше атмосферного, тогда условие равновесия первого поршня запишется в виде

$$P_1 = 2P_0 = P_0 + \frac{mg}{S}, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где m — масса поршня, g — ускорение свободного падения, а S — площадь поршня, а условие равновесия n-го поршня:

$$P_n = P_{n-1} + \frac{mg}{S}. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Так как под каждым поршнем находится одинаковое количество воздуха, то из закона Бойля-Мариотта

$$P_0 Sh = P_n Sh_n. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Тогда высота воздушного объема под n-м поршнем:

$$h_n = \frac{P_0}{P_n} h. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Выразив из (1) и (2) P_n через P_0 и подставив в (3), получим

$$h_n = \frac{2}{n+1} h. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Высота, на которой находится первый поршень, равна:

$$H = \sum_{n=1}^{9} \frac{2}{n+1} h = 2h\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{10}\right). \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Если увеличить массу верхнего поршня в два раза, то уравнение (1) изменится на:

$$P_1 = P_0 + \frac{2mg}{S}, \qquad (1') \qquad \textbf{(1 б.)}$$

а аналогичные рассуждения приведут к новой высоте поршня

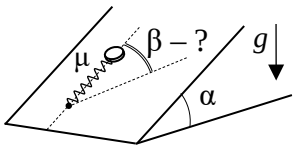
$$H' = \sum_{n=1}^{9} \frac{2}{n+2} h = 2h\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{11}\right). \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Высота, на которую опустится верхний поршень,

$$H - H' = h - \frac{2}{11}h = \frac{9}{11}h\,.$$ **(1 б.)**

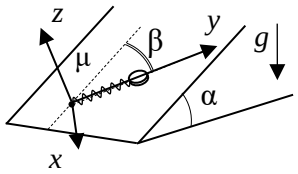
Подставив в получившееся выражение численное значение h, получим

ответ: высота понизится на 9 см. **(1 б.)**



5. На шероховатой наклонной плоскости с углом при основании α лежит шайба, которая соединена с пружинкой, а другой конец пружинки прикреплён к плоскости (см. рис.). Коэффициент трения шайбы о плоскость μ < tg α. В начальный момент ось пружинки направлена вверх по склону вдоль скатывающей силы. Шайбу начинают последовательно подталкивать маленькими толчками каждый раз в направлении перпендикулярном оси пружинки. При каком отклонении оси пружинки от начального положения шайба «сорвётся» и сама начнёт скользить вниз?

Решение.



На шайбу будут действовать сила тяжести $m\mathbf{g}$, сила трения $\mathbf{F}_{тр}$, сила упругости пружинки $\mathbf{F}_{упр}$ и сила реакции со стороны наклонной плоскости **N**. Рассмотрим систему в момент «срыва». Введём систему координат, где ось *x* лежит на наклонной плоскости перпендикулярно пружинке, ось *y* лежит на наклонной плоскости вдоль пружинки, а ось *z* перпендикулярна наклонной плоскости (см. рис.). Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось *z*:

$$N = mg\cos\alpha\,. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Дальнейшие рассуждения можно провести различными способами.

<u>1-й способ</u>

В момент «срыва» шайба ещё покоится, а сила трения направлена перпендикулярно пружинке и достигает величины

$$F_{тр} = \mu N\,. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось *x*:

$$mg\sin\alpha\sin\beta = F_{тр}\,. \qquad (3) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставив (1) в (2), а получившееся выражение в (3) найдём

ответ: $\beta = \arcsin\left(\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha\right)$. **(2 б.)**

<u>2-й способ</u>

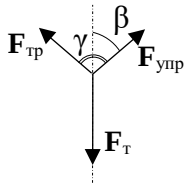
На наклонной плоскости существует множество точек, в которых изначально покоящаяся шайба будет находится в положении равновесия. В этих точках величина силы трения меняется от некоторого минимального значения до максимального, равного μ*N*. Зависимость величины силы трения от координат точек должна быть плавной функцией (её можно найти аналитически из условия равновесия). Значит, упомянутое множество устойчивых точек является замкнутой областью с границей. Очевидно, что при небольшом увеличении μ (т.е. максимальной силы трения) эта область будет расширяться во все стороны (заметьте, что при $\mu \to \infty$ область расширится на всю наклонную плоскость). Следовательно, на границе устойчивой области сила трения максимальна и равна μ*N*, где *N* выражается уравнением (1): $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$. Проекции на наклонную плоскость трёх сил, действующих на шайбу, находящуюся на границе устойчивой области, можно записать в виде:

$$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha\,, \qquad (4) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$F_{т} = mg\sin\alpha\,, \qquad (5) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$F_{упр} = F\,.$$

Здесь абсолютное значение силы упругости мы считаем неизвестной (искомой) величиной, которую для краткости обозначим буквой F. Мы будем также считать неизвестным направление силы трения и обозначим буквой γ угол между ним и силой упругости (см. рис.).



Запишем условие равновесия сил соответственно в проекции на оси y и x для шайбы, покоящейся на границе устойчивой области:

$$F + F_{тр}\cos\gamma = F_{т}\cos\beta, \qquad (6)$$ **(1 б.)**

$$F_{тр}\sin\gamma = F_{т}\sin\beta. \qquad (7)$$ **(1 б.)**

В уравнении (6) перенесём F в правую часть, возведём в квадрат обе части каждого из уравнений (6) и (7) и сложим эти уравнения. С учётом равенств $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$ и $\sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1$ в результате получим:

$$F_{тр}^2 = F_{т}^2 + F^2 - 2F_{т}F\cos\beta.$$

Это равенство представляет собой квадратное уравнение на силу упругости F:

$$F^2 - 2F_{т}F\cos\beta + F_{т}^2 - F_{тр}^2 = 0,$$

которое имеет решение только при неотрицательном дискриминанте:

$$\left(2F_{т}F\cos\beta\right)^2 - 4\left(F_{т}^2 - F_{тр}^2\right) \geq 0.$$ **(2 б.)**

Разделив это неравенство на $4F_{т}^2$ и подставив $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$, найдём:

$$\sin\beta \leq \frac{F_{тр}}{F_{т}}.$$

Значит, максимальному значению β соответствует равенство:

$$\sin\beta = \frac{F_{тр}}{F_{т}}.$$

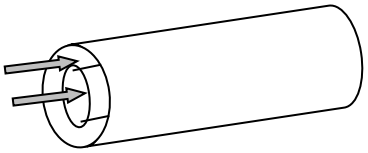
(Заметим, что, подставив его в (7), мы получим $\sin\gamma = 1$ или $\gamma = \pi/2$, что и предполагалось в 1-м способе.) Подставив сюда (4) и (5), получим:

$$\sin\beta = \mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha.$$

Ответ: $\beta = \arcsin\left(\mu\,\mathrm{ctg}\,\alpha\right)$. **(2 б.)**

Физика 11 класс

1. Теплообменник состоит из длинной теплоизолированной трубки, в которую вставлена тонкостенная трубка той же длины, но меньшего диаметра (см. рисунок). Во внутреннюю трубку затекает горячая жидкость с температурой $T_{гор} = 90$ °C с постоянным расходом $J_{гор} = 2$ кг/с (расход – масса жидкости, которая проходит через трубку в ед. времени). Теплоемкость этой жидкости не зависит от температуры и равняется $C_{гор} = 1600$ Дж/(кг·град). Для того, чтобы эта горячая жидкость охладилась, во внешнюю трубку запустили другую, холодную жидкость с температурой $T_{хол} = 10$ °C. Теплоемкость холодной жидкости также не зависит от температуры и равняется $C_{хол} = 3200$ Дж/(кг·град). Оказалось, что при расходе холодной жидкости $J_{хол} = 4$ кг/с, горячая жидкость охлаждается на выходе из трубки до необходимой температуры жидкости $T_1 = 50$ °C. Какова температура холодной жидкости на выходе T_2?



Решение.

За произвольный промежуток времени t через теплообменник протекает горячая жидкость массой $J_{гор}\cdot t$ и холодная жидкость массой $J_{хол}\cdot t$. Эти массы обмениваются теплотой. **(2 б.)**
Таким образом, уравнение теплового баланса заключается в том, что количество теплоты, отданное горячей жидкостью за время t, равно количеству теплоты, приобретённому холодной жидкостью за то же время:

$$C_{гор}\left(J_{гор}\cdot t\right)\left(T_{гор}-T_1\right)=C_{хол}\left(J_{хол}\cdot t\right)\left(T_2-T_{хол}\right)\ . \qquad \textbf{(4 б.)}$$

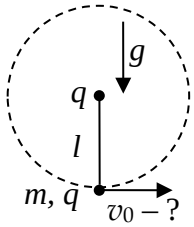
Сократив общий множитель t и выразив отсюда искомую температуру T_2, получим

$$T_2=T_{хол}+\frac{C_{гор}J_{гор}}{C_{хол}J_{хол}}\left(T_{гор}-T_1\right)\ . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения, получим

$$\textbf{ответ:}\ T_2=T_{хол}+\frac{C_{гор}J_{гор}}{C_{хол}J_{хол}}\left(T_{гор}-T_1\right)=20\ °\text{C}\ . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

2. Маленький грузик массой m и заряда q покоится на легкой нити длины l. В точке подвеса закреплен такой же заряд q. Какую минимальную скорость v_0 необходимо придать грузику, чтобы он сделал полный оборот по окружности вокруг точки подвеса? Ускорение свободного падения g.



Решение.

На грузик действуют следующие силы: сила тяжести $m\mathbf{g}$, направленная вертикально вниз, сила кулоновского отталкивания kq^2/l^2, направленная вдоль нити от центра окружности (k — коэффициент пропорциональности в законе Кулона), а также сила натяжения нити $\mathbf{T}$, направленная вдоль нити к центру окружности. Эти силы сообщают грузику центростремительное ускорение v^2/l. В верхней точке траектории второй закон Ньютона принимает вид:

$$m\frac{v^2}{l} = T + mg - k\frac{q^2}{l^2}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Поскольку расстояние между зарядами в процессе движения грузика по окружности не меняется, потенциальная энергия взаимодействия зарядов, зависящая от расстояния между ними, также не меняется. Из закона сохранения энергии следует, что начальная кинетическая энергия равна сумме приращения потенциальной энергии и кинетической энергии в верхней точке:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mg\cdot(2l) + \frac{mv^2}{2}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Выразив T и v^2 из системы уравнений (1) и (2), получим:

$$T = \left(v_0^2 - 5gl + k\frac{q^2}{ml}\right)\frac{m}{l},$$

$$v^2 = v_0^2 - 4gl.$$

Поскольку сила натяжения нити T и квадрат скорости грузика v^2 не могут быть отрицательными, т.е., $T \geq 0$, $v^2 \geq 0$, справедливы неравенства:

$$v_0^2 \geq 5gl - k\frac{q^2}{ml}, \qquad (3)$$

$$v_0^2 \geq 4gl. \qquad (4)$$

Из этих двух неравенств можно оставить одно, правая часть которого больше.

Если $5gl - k\frac{q^2}{ml^2} \geq 4gl$, т.е. $mg \geq k\frac{q^2}{l^2}$, минимальное значение v_0 определяется неравенством (3), из которого следует:

$$v_0 = \sqrt{5gl - \frac{kq^2}{ml}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

(Можно показать, что в этом случае нить перестаёт быть натянутой, когда грузик оказывается в верхней точке окружности.)

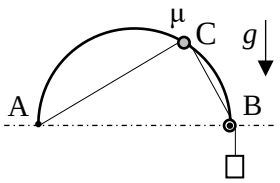
Иначе, т.е. при $mg \le k\dfrac{q^2}{l^2}$, минимальное значение v_0 определяется неравенством (4), из которого следует

$$v_0 = 2\sqrt{gl}\ . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

(Можно показать, что в этом случае нить ведёт себя как жёсткий стержень.)

Ответ: $v_0 = 2\sqrt{gl}$, если $mg \le \dfrac{kq^2}{l^2}$; $\quad v_0 = \sqrt{5gl - \dfrac{kq^2}{ml}}$, если $mg \ge \dfrac{kq^2}{l^2}$.

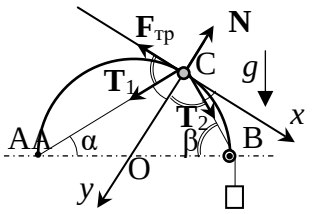
3. Спица в форме полуокружности закреплена вертикально, а её концы A и B лежат на диаметре, ориентированном горизонтально. На спицу нанизана маленькая невесомая бусинка, через которую пропущена нить, закреплённая в точке A и перекинутая через невесомый блок в точке B. К концу нити прикреплён груз. Коэффициент трения между бусинкой и спицей μ (μ<1). Между нитью и бусинкой, а также в блоке трения нет.



Найти минимальный угол α = ∠CAB (где точка C — положение бусинки), при котором бусинка находится в равновесии.

Решение.

На бусинку действуют силы натяжения нити $\mathbf{T}_1$ и $\mathbf{T}_2$, направленные вдоль отрезков CA и CB, сила реакции опоры **N**, направленная вдоль отрезка OC, где O — центр полуокружности, а также сила трения $\mathbf{F}_{тр}$, направленная вдоль касательной к окружности в точке C (см. рисунок).



Направим ось *x* вдоль касательной к окружности в точке C, а ось *y* — перпендикулярно оси *x*, вдоль отрезка CO. Обозначим угол ∠CAB = α, а угол ∠CBA = β. Из законов планиметрии следует: β = (90° – α), углы между $\mathbf{T}_1$ и осями x, y равны β и α, соответственно, а углы между $\mathbf{T}_2$ и осями x, y равны α и β. **(1 б.)**

Силы натяжения нити $\mathbf{T}_1$ и $\mathbf{T}_2$ по величине одинаковы. **(1 б.)**

Обозначим их величину *T*.

В проекции на оси *x* и *y* условие равновесия бусинки запишется в виде:

$$F_{тр} = T\cos\alpha - T\cos\beta, \qquad (1)$$ **(3 б.)**

$$N = T\sin\alpha + T\sin\beta. \qquad (2)$$ **(3 б.)**

Минимальный угол α, при котором бусинка находится в равновесии, соответствует силе трения $F_{тр} = \mu N$. Подставив $F_{тр} = \mu N$ в (1) и затем разделив (1) на (2), получим:

$$\mu = \frac{\cos\alpha - \cos\beta}{\sin\alpha + \sin\beta} = \frac{1 - \mathrm{tg}\alpha}{1 + \mathrm{tg}\alpha}.$$

Здесь было учтено, что $\cos\beta = \cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$, а $\sin\beta = \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$.

Выразив отсюда tgα, получим:

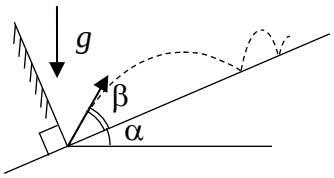
$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{1-\mu}{1+\mu},$$

откуда найдём

ответ: $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{1-\mu}{1+\mu}\right)$. **(2 б.)***

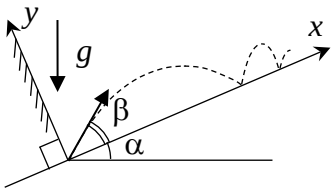
**Примечание.* Этот ответ можно представить и в другом виде, например: $\alpha = 45° - \mathrm{arctg}\,\mu$.

4. Перпендикулярно наклонной плоскости (с углом α к горизонту) установили высокую стенку. Из угла, образованного стенкой и наклонной плоскостью, бросили маленький шарик, сообщив ему скорость под углом β к наклонной ($\alpha + \beta < \pi/2$). Сколько ударов сделает шарик о наклонную плоскость прежде, чем он ударится о стенку? Удары шарика абсолютно упругие. Целую часть числа обозначать [ ].



Решение.

Направим ось x вдоль наклонной плоскости, а ось y — вдоль перпендикулярной ей стенки. Пусть v — скорость, с которой бросили шарик.



а) Сначала рассмотрим движение вдоль оси y. Проекция начальной скорости шарика на эту ось равна $v_y = v\sin\beta$, а проекция ускорения свободного падения на эту ось равна $a_y = -g\cos\alpha$. Тогда время движения между броском и первым ударом о наклонную плоскость равно:

$$T = 2\frac{v_y}{a_y} = 2\frac{v\sin\beta}{g\cos\alpha}. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Множитель 2 в этом выражении учитывает то, что время «подъёма» над наклонной плоскостью вдоль оси y, равно времени «падения». В момент удара о наклонную плоскость шарик имеет такую же по величине (но противоположную по направлению) проекцию скорости на ось y. Поскольку удары шарика о наклонную плоскость упругие, проекция скорости v_y после удара сохраняется, т.е. она такая же как при броске и равна $v\sin\beta$. Поэтому время до каждого последующего удара о наклонную плоскость также определяется выражением (1). **(1 б.)**

б) Теперь рассмотрим движение вдоль оси x. Проекция начальной скорости шарика на эту ось равна $v_x = v\cos\beta$, а проекция ускорения свободного падения на эту ось равна $a_x = -g\sin\alpha$. Тогда время движения между броском и ударом о стенку:

$$t = 2\frac{v_x}{a_x} = 2\frac{v\cos\beta}{g\sin\alpha}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Чтобы определить, сколько раз шарик ударится о наклонную плоскость до удара о стенку, разделим время t движения между броском и ударом о стенку на время T между ударами о наклонную плоскость, и возьмём целую часть:

$$N = \left[\frac{t}{T}\right]. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Подставив сюда выражения (1) и (2), получим

$$\textbf{ответ: } N = \left[\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\right] = \left[\mathrm{ctg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\beta\right]. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

5. Оцените среднее расстояние между молекулой углекислого газа и соседней молекулой кислорода в атмосфере Земли при нормальных условиях. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*

Решение.

Как известно, атмосфера Земли состоит в основном из азота и кислорода. Содержание других газов, в частности углекислого, значительно меньше содержания кислорода.

Поэтому среднее расстояние между молекулой углекислого газа и соседней молекулой кислорода равно среднему расстоянию между молекулами кислорода. **(2 б.)**

Концентрацию молекул в воздухе можно определить по формуле:

$$n_{\text{возд}} = \frac{N_{\text{A}}}{V_{\text{m}}},$$

где N_{A} — число Авогадро, т.е. число молекул в одном моле, а V_{m} — молярный объём газа, т.е. объём, занимаемый одним молем газа.

Содержание кислорода в воздухе $\varphi \approx 20\%$ (объёмная доля). Тогда концентрация молекул кислорода определяется выражением:

$$n_{\text{O}_2} = \frac{\varphi N_{\text{A}}}{V_{\text{m}}}, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

С другой стороны, концентрация кислорода — это величина, обратная объёму V_{O_2}, приходящемуся на одну молекулу кислорода:

$$n_{\text{O}_2} = \frac{1}{V_{\text{O}_2}} \approx \frac{1}{a^3}, \qquad (2)$$ **(2 б.)**

где a — среднее расстояние между двумя соседними молекулами кислорода.
Из (1) и (2) получим выражение для среднего расстояния между двумя соседними молекулами кислорода:

$$a \approx \sqrt[3]{\frac{V_{\text{m}}}{\varphi N_{\text{A}}}}.$$ **(2 б.)**

Подставив численные значения $V_{\text{m}} \approx 0{,}0224$ м^3 при нормальных условиях, $N_{\text{A}} \approx 6\times10^{23}$, $\varphi \approx 0{,}2$, найдём

ответ: $a \approx 6\cdot10^{-9}$ м ≈ 6 нм. **(2 б.)**

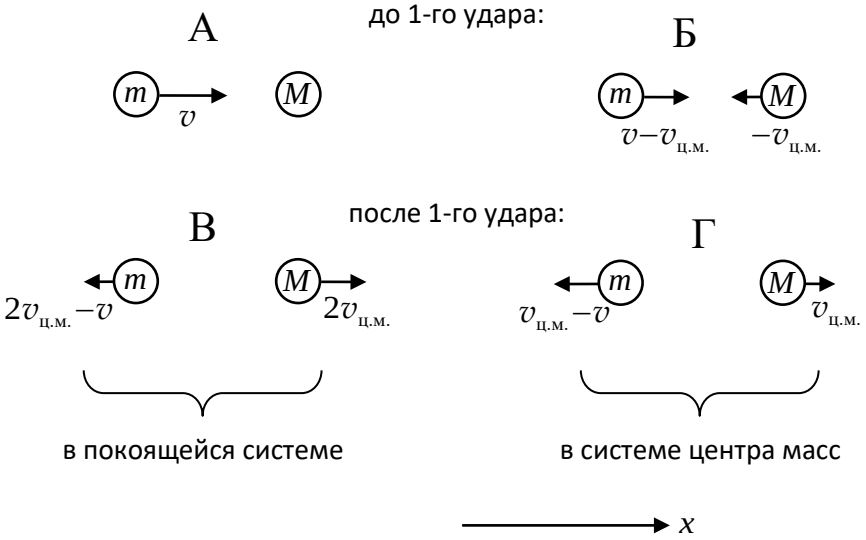
6. *Задача-демонстрация (демонстрируется видеоролик).* Два неодинаковых шарика — большой и маленький — подвешены на нитях вплотную друг к другу. В начале эксперимента шарики неподвижны, нити вертикальны, а центры шаров находятся на одинаковой высоте. Один из шариков отклонили и отпустили, после чего наблюдаются столкновения шариков. Оказалось, что если отклонить *маленький* шарик и отпустить его, то после каждого нечётного соударения *шарики движутся в разные стороны*, а после каждого чётного — *большой шарик оказывается неподвижным*. Если же отклонить *большой* шарик и отпустить его, то после каждого нечётного столкновения *шарики движутся в одну сторону*, а после каждого чётного — *маленький шарик неподвижен*. Объясните наблюдаемое явление.

Решение.

Рассмотрим сначала движение шариков после 1-го соударения. Проще всего это сделать, перейдя в систему центра масс, т. е. в систему отсчёта, движущуюся вместе с центром масс двух шариков со скоростью

$$v_{\text{ц.м.}} = \frac{mv}{m+M}. \qquad (1)$$

(Мы обозначили массу отклонённого шарика m, его скорость до удара v, массу неподвижного шарика M.) В системе центра масс при столкновении каждый шарик меняет свою скорость на противоположную — тем самым обеспечивается выполнение законов сохранения энергии (кинетическая энергия каждого шарика не меняется) и импульса (суммарный импульс шариков был и остался равным нулю). Это верно, если удар упругий, что в данном эксперименте выполняется с хорошей точностью.



До удара проекции скоростей шариков на горизонтальную ось x были равны v и 0 относительно покоящейся (лабораторной) системы отсчёта, см. рис. А. Чтобы найти их после удара, перейдём сначала в систему центра масс, вычтя $v_{\text{ц.м.}}$ из каждой x-проекции скорости, получим $v - v_{\text{ц.м.}}$ и $-v_{\text{ц.м.}}$ (рис. Б). После удара эти проекции поменяют знак и станут равны $v_{\text{ц.м.}} - v$ и $v_{\text{ц.м.}}$ (рис. Г). Наконец, перейдя в покоящуюся систему отсчёта (для этого надо прибавить $v_{\text{ц.м.}}$ к каждой x-проекции скорости), получим значения $2v_{\text{ц.м.}} - v$ и $2v_{\text{ц.м.}}$ для проекций скоростей шариков на ось x после 1-го столкновения (рис. В).

Из (1) следует, что если $m < M$, то $v_{\text{ц.м.}} < v/2$, а если $m > M$, то $v_{\text{ц.м.}} > v/2$. Таким образом, если был отклонён *маленький* шарик ($m < M$), то $2v_{\text{ц.м.}} - v < 0$, а $2v_{\text{ц.м.}} > 0$, т. е. после 1-го удара шарики *движутся в разные стороны*. Если же был отклонён *большой* шарик ($m > M$), то $2v_{\text{ц.м.}} - v > 0$ и $2v_{\text{ц.м.}} > 0$ — шарики после 1-го удара *движутся в одну сторону*. **(4 б.)**

(Примечание: к тому же результату можно прийти и другими способами, например, найдя из законов сохранения энергии и импульса, что x-проекция скорости налетающего шарика после 1-го соударения равна $v(m-M)/(m+M)$. Любые верные соображения, приводящие к тому же результату, оцениваются в **4 балла**.)

Периоды колебания обоих шариков равны, так как и точки подвеса, и центры масс шариков находятся на одном уровне. Сразу после 1-го удара оба шарика находятся в нижних точках своих траекторий. Поэтому через половину периода после 1-го удара они оба вернутся в то же положение, а их скорости изменятся на противоположные. В этот момент, когда оба шарика вернутся в нижние точки своих траекторий, они соприкоснутся и произойдёт 2-е соударение. Та же ситуация будет происходить и в дальнейшем. Таким образом, скорость каждого шарика перед 2-м столкновением будет такой же по величине, как его скорость сразу после 1-го столкновения, но противоположной по знаку. **(2 б.)**

Рассмотрим скорости шариков до и после каждого столкновения. Перед 1-м столкновением они были равны $\mathbf{v}$ и 0 для отклонённого и неподвижного шариков, соответственно. Обозначим скорости шариков сразу после 1-го столкновения символами $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$. Согласно вышесказанному, перед 2-м столкновением эти проекции станут равны $-\mathbf{v}_1$ и $-\mathbf{v}_2$. Чтобы найти скорости шариков *после* 2-го столкновения, можно воспользоваться свойством *обратимости* механических явлений: если видеозапись какого-либо механического движения воспроизвести в обратном направлении, то она будет выглядеть как запись другого, тоже возможного движения, в котором скорости всех тел изменены на противоположные, а будущее и прошлое поменялись местами. (Это верно только для процессов без потери энергии на трение.) В этом смысле 2-е столкновение является обратным процессом по отношению к 1-му, поскольку скорости шариков *перед* 2-м столкновением противоположны их скоростям *после* 1-го столкновения. Следовательно, скорости шариков *после* 2-го столкновения будут противоположны скоростям *перед* 1-м столкновением и равны $-\mathbf{v}$ и 0, соответственно. Таким образом, тот шарик, который был неподвижен перед 1-м столкновением, остановится после 2-го столкновения. **(4 б.)**

(Примечание: этот результат можно получить и по-другому, например, записав и сравнив законы сохранения энергии и импульса при 1-м и 2-м ударе, или рассмотрев 2-й удар в системе центра масс, аналогично тому, как сделано выше для 1-го удара. Любые верные соображения, приводящие к тому же результату, оцениваются в **4 балла**.)

Ситуация перед третьим ударом в точности повторяет ситуацию перед первым: тот же самый шарик налетает на другой, неподвижный, шарик. Поэтому каждый (n + 2)-й удар будет повторением n-го. В результате, после каждого нечётного удара оба шарика движутся так же, как после первого, а после каждого чётного удара один из шариков неподвижен.